

Alle bisher vorliegenden Versuche deuten darauf hin, daß man mit dem Einrohrsystem eine Photolyse betreiben kann, bei der die Ultraviolettgrenze nur durch die Emission der Entladung und durch die Absorption des Inertgases bestimmt ist. Die Photolysebedingungen

lassen sich dadurch noch verbessern, daß man zum Bau von Höchstdruckgefäßen für Inertgasdrucke von etwa 70 Atm. und höher übergeht. Außerdem können diese Anordnungen ein erheblich kleineres Volumen besitzen.

Verstärkung von Raumladungswellen in elektronischen Halbleitern

Von E. GROSCHWITZ

Wernerwerk für Bauelemente der Siemens & Halske AG.,
München

(Z. Naturforsch. **12 a**, 529—532 [1957]; eingegangen am 19. März 1957)

An einem theoretischen Beispiel weisen wir darauf hin, daß in elektronischen Halbleitern unter bestimmten Bedingungen Effekte eintreten könnten, die an das Verhalten von Lauffeldröhren erinnern¹. Die Vorgänge in Halbleitern sind im Vergleich zur Mikrowellenelektronik der Röhren jedoch allgemeiner, da im Halbleiter die Streuung der Leitungselektronen und Löcher an den thermischen Schallquanten des Kristallgitters und an Fremdatomen, sowie Rekombinations- und Paarbildungsprozesse und Diffusionseffekte eine entscheidende Rolle spielen.

Ein elektronischer Halbleiter hat eine gewisse Verwandtschaft mit einem Plasma. Wir beschreiben das Plasma in der Konzeption der LORENTZschen Elektronentheorie. Die Materialeigenschaften (Dielektrizitätskonstante, Leitfähigkeit usw.) kommen somit explizit nicht in den Gleichungen vor; sie werden in Abhängigkeit von der Frequenz und von den Parametern des Plasmas erst aus den Grundgleichungen berechnet. Man kann das Plasma in guter Näherung makroskopisch-phenomenologisch beschreiben. Wir rechnen hierbei mit den sich aus den äußeren Bedingungen ergebenden Mittelwerten der Zustandsgrößen. Die Wechselwirkung der quasifreien Ladungsträger mit den Phononen des Gitters und ihre Streuung an Störstellen wird durch die Reibungskonstanten γ_n und γ_p für Elektronen und Löcher beschrieben. Der gesamte Einfluß der Gitterkräfte auf die Ladungsträger kommt in den effektiven Massen m_n und m_p zum Ausdruck. Das Plasmamodell des Halbleiters wird unter den genannten Voraussetzungen durch ein System von sechs unabhängigen, simultanen Differentialgleichungen für die Zustandsgrößen n , p , v_n , v_p , E und H beschrieben (n , p Elektronen- bzw. Löcherdichte, v_n , v_p mittlere Driftgeschwindigkeiten, E , H elektrische und magnetische Feldstärke). (Für die Permeabilität nehmen wir den Wert $\mu = 1$ an.)

Bewegungsgleichungen:

$$\text{I} \quad \frac{\partial v_n}{\partial t} + (v_n \text{ grad}) v_n + \gamma_n v_n = - \frac{e}{m_n} \left\{ E + \frac{\mu}{c} v_n \times H \right\}, \quad (1)$$

$$\text{II} \quad \frac{\partial v_p}{\partial t} + (v_p \text{ grad}) v_p + \gamma_p v_p = \frac{e}{m_p} \left\{ E + \frac{\mu}{c} v_p \times H \right\}, \quad (2)$$

Feldgleichungen:

$$\text{III} \quad j + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } H, \quad (3)$$

$$\text{IV} \quad - \frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E \quad (4)$$

mit

$$j = j_n + j_p = -en v_n + eD_n \text{grad } n + ep v_p - eD_p \text{grad } p.$$

Kontinuitätsgleichungen:

$$\text{V} \quad - \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{e} \text{div } j_n = R(np - n_i^2), \quad (5)$$

$$\text{VI} \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{e} \text{div } j_p = -R(np - n_i^2). \quad (6)$$

Der sich aus den Bewegungsgleichungen I und II unter Einwirkung von E und H ergebende Strombeitrag enthält neben dem rein OHMSchen Leitungsstrom noch einen kapazitiven Stromanteil, der nach dem Sprachgebrauch mancher Autoren als Polarisationsstrom der freien Ladungsträger bezeichnet wird*. Die Poisson-Gleichung ist in diesem Gleichungssystem bereits enthalten. Die Divergenz des Gesamtstromes verschwindet. Der Rekombinationskoeffizient R ist im allgemeinen konzentrationsabhängig^{2, 3}. Zwecks Vereinfachung soll hiervon zunächst abgesehen werden. Die Größen D_n und D_p bedeuten Diffusionstensoren.

Ohne den physikalischen Sachverhalt in seinen Wesenszügen einzuschränken, sollen folgende vereinfachende Annahmen gemacht werden. Als eindimensionales Modell betrachten wir zwei aus Elektronen und Löchern bestehende, gegeneinander laufende Plasmaströmungen mit einer monochromatischen Erregung (ebene, longitudinale Welle). Das magnetische Feld kann hierbei unberücksichtigt bleiben. Die Strömungen verlaufen in

Modell⁵, indem hier in den Kontinuitätsgleichungen (und entsprechend in der Poisson-Gleichung) die Polarisations P nicht explizit auftritt.

² Siehe Referat A. HOFFMANN in W. SCHOTTKY: Halbleiterprobleme. Vieweg, Braunschweig 1955, Band II.

³ A. HERLET u. E. SPENKE, Z. angew. Phys. **7**, 99 [1955].

¹ E. GROSCHWITZ, Vortrag auf dem Internationalen Colloquium 1956 über Halbleiter und Phosphore in Garmisch-Partenkirchen: Zur Plasmatheorie elektronischer Halbleiter.

* Das hier betrachtete Plasmamodell unterscheidet sich von einem in einer früheren Arbeit von uns angegebenen



der x -Achse; alle Wechselgrößen sollen nur von x und von der Zeit t abhängen. Von den Zustandsgrößen trennen wir den stationären Anteil ab und interessieren uns nur für das Verhalten der als klein angenommenen zeitabhängigen Störungen, die durch ein Winkelzeichen gekennzeichnet werden sollen. [Trägerdichten: $n_0 = p_0 = n_i$ (Eigenleitung); Diffusionskonstanten: $D_n = D_p = D$; effektive Massen: $m_n = m_p = m$; Reibungskonstante: $\gamma_n = \gamma_p = \gamma$; stationäre Strömungsgeschwindigkeit: $v_{n0} = -v_{p0}$.] Der Einfluß der dielektrischen Polarisation des gesamten Systems auf die quasifreien Ladungsträger, der sich in einer Modifikation der elektrischen Feldstärke in den Bewegungsgleichungen bemerkbar macht, soll hier gleichfalls unberücksichtigt bleiben^{4, 5} (Depolarisationsfaktor $L=0$). Bei diesem Beispiel ist es zweckmäßig, die folgenden neuen Zustandsgrößen einzuführen:

$$\begin{aligned}\check{n}_- &= \check{n} - \check{p}, & \check{n}_+ &= \check{n} + \check{p}, \\ \check{v}_- &= \check{v}_n - \check{v}_p, & \check{v}_+ &= \check{v}_n + \check{v}_p.\end{aligned}\quad (7)$$

Für die fünf Zustandsgrößen \check{n}_- , \check{n}_+ , \check{v}_- , \check{v}_+ , \check{E} gelten dann die fünf unabhängigen, simultanen Differen-

tialgleichungen, die sich durch Linearisierung der Grundgleichungen (1) bis (6) ergeben.

$$\begin{aligned}\text{I}^* \quad & \frac{\partial \check{v}_+}{\partial t} + v_{n0} \frac{\partial \check{v}_-}{\partial x} + \gamma \check{v}_+ = 0, \\ \text{II}^* \quad & \frac{\partial \check{v}_-}{\partial t} + v_{n0} \frac{\partial \check{v}_+}{\partial x} + \gamma \check{v}_- = -2 \frac{e}{m} \check{E}, \\ \text{III}^* \quad & -e n_i \check{v}_- - e v_{n0} \check{n}_+ + e D \frac{\partial \check{n}_-}{\partial x} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \check{E}}{\partial t} = 0, \quad (8) \\ \text{IV}^* \quad & \frac{\partial \check{n}_+}{\partial t} + v_{n0} \frac{\partial \check{n}_-}{\partial x} + n_i \frac{\partial \check{v}_+}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{n}_+}{\partial x^2} = -2 R n_i \check{n}_+, \\ \text{V}^* \quad & \frac{\partial \check{n}_-}{\partial t} + v_{n0} \frac{\partial \check{n}_+}{\partial x} + n_i \frac{\partial \check{v}_-}{\partial x} - D \frac{\partial^2 \check{n}_-}{\partial x^2} = 0.\end{aligned}$$

Die Gleichung III* läßt erkennen, daß hier der sogenannte Leerlauffall behandelt wird. Durch eine längere Rechnung, auf die an dieser Stelle nicht eingegangen werden kann, gelingt es, dieses simultane Gleichungssystem zu entflechten. Man erhält beispielsweise für die Zustandsgröße \check{v}_+ eine Differentialgleichung 6. Ordnung

$$\begin{aligned}-D^2 v_{n0}^2 \frac{\partial^6 \check{v}_+}{\partial x^6} + D^2 \frac{\partial^6 \check{v}_+}{\partial t^2 \partial x^4} + 2(\gamma D^2 + D v_{n0}^2) \frac{\partial^5 \check{v}_+}{\partial t \partial x^4} - 2 D \frac{\partial^5 \check{v}_+}{\partial t^3 \partial x^2} + (D^2 \gamma^2 + 2 R D n_i v_{n0}^2 + v_{n0}^4) \frac{\partial^4 \check{v}_+}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \check{v}_+}{\partial t^4} \\ - 2(2 D \gamma + R n_i D + v_{n0}^2) \frac{\partial^4 \check{v}_+}{\partial t^2 \partial x^2} + 2(R n_i + \gamma) \frac{\partial^3 \check{v}_+}{\partial t^3} - 2[D \gamma^2 + 2 R \gamma n_i D + (R n_i + \gamma) v_{n0}^2 - D \omega_i^2] \frac{\partial^3 \check{v}_+}{\partial t \partial x^2} \\ + \left[(v_{n0}^2 - D \gamma) \omega_i^2 - R D \gamma^2 n_i - \frac{1}{2} \gamma^2 v_{n0}^2 \right] \frac{\partial^2 \check{v}_+}{\partial x^2} + 2 \left(\omega_i^2 + \frac{1}{2} \gamma^2 + 2 \gamma R n_i \right) \frac{\partial^2 \check{v}_+}{\partial t^2} \\ + 2[(\gamma + 2 R n_i) \omega_i^2 + R n_i \gamma^2] \frac{\partial \check{v}_+}{\partial t} + 4 R n_i \gamma \omega_i^2 \check{v}_+ = 0.\end{aligned}\quad (9)$$

Auf Grund dieser Differentialgleichung kann man auf die Existenz von Raumladungswellen schließen. Die partielle Differentialgleichung (9) liefert die Fortpflanzungskonstanten dieser Wellen, die Amplituden ergeben sich aus den raumzeitlichen Randbedingungen. Es genügt, nur diese Gleichung für \check{v}_+ zu betrachten, da sich die übrigen Zustandsgrößen analog verhalten. In Gl. (9) tritt gleichsam von selbst die LANGMUIRSche Plasmafrequenz ω_i auf. Dies deutet physikalisch darauf hin, daß sich gegenüber der regellosen statistischen Wärmebewegung der Elektronen und Löcher ein organisiertes Verhalten der beiden Teilchenkollektive durchsetzt. Dieser kollektive Effekt wird um so stärker

sein, je größer die Wellenlänge der periodischen Kollektivbewegung im Vergleich zur DEBYE-Länge eines einzigen Teilchens des Kollektivs ist⁶⁻¹⁴.

Wir beschränken uns in dieser Notiz der Kürze wegen auf die aus (9) hervorgehende Gleichung 4. Ordnung, wenn man den Diffusionseffekt nicht berücksichtigt, also $D=0$ annimmt. Mit dem Ansatz einer monochromatischen Erregung $\check{v}_+ \sim \exp i(\omega t - k x)$ ergibt sich dann eine biquadratische Gleichung mit komplexen Koeffizienten für die Fortpflanzungskonstante k . Hieraus folgen die vier Amplituden- oder Verstärkungskonstanten

$$\begin{aligned}a_1 = -a_2 &= \frac{1}{2 v_{n0}} [\sqrt{(P_R + W_R)^2 + (P_J + W_J)^2} - (P_R + W_R)]^{1/2}, \\ a_3 = -a_4 &= \frac{1}{2 v_{n0}} [\sqrt{(P_R - W_R)^2 + (P_J - W_J)^2} - (P_R - W_R)]^{1/2},\end{aligned}\quad (10)$$

⁴ G. DRESSELHAUS, A. F. KIPP u. C. KITTEL, Phys. Rev. **100**, 618 [1955].

⁵ E. GROSCHWITZ u. K. SIEBERTZ, Z. Naturforschg. **11 a**, 482 [1956].

⁶ L. TONKS u. J. LANGMUIR, Phys. Rev. **33**, 195 [1929].

⁷ A. VLASOV, Zh. Ekspt. Teort. Fiz. **8**, 291 [1938].

⁸ A. VLASOV, J. Phys. (USSR) **9**, 25 [1945].

⁹ L. LANDAU, J. Phys. (USSR) **10**, 25 [1946].

¹⁰ E. FERMI u. E. TELLER, Phys. Rev. **72**, 399 [1947].

¹¹ D. BOHM u. E. D. GROSS, Phys. Rev. **75**, 1851 u. 1864 [1949].

¹² D. BOHM u. D. PINES, Phys. Rev. **82**, 625 [1951].

¹³ D. PINES u. D. BOHM, Phys. Rev. **85**, 338 [1952].

¹⁴ A. T. AKHIEZER u. A. G. SITENKO, Zh. Ekspt. Teort. Fiz. **23**, 161 [1952].

und die vier zugehörigen Phasenkonstanten

$$\begin{aligned}\beta_1 &= -\beta_2 = \frac{1}{2v_{n0}} [\sqrt{(P_R + W_R)^2 + (P_J + W_J)^2} + (P_R + W_R)]^{1/2}, \\ \beta_3 &= -\beta_4 = \frac{1}{2v_{n0}} [\sqrt{(P_R - W_R)^2 + (P_J - W_J)^2} + (P_R - W_R)]^{1/2},\end{aligned}\quad (11)$$

mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned}P_R &= 2 \left(\omega^2 + \omega_i^2 - \frac{1}{2} \gamma^2 \right), & P_J &= 2 \omega (R n_i + \gamma), \\ Q_R &= \omega^4 - 2\omega^2 \left(\omega_i^2 + 2\gamma R n_i + \frac{1}{2} \gamma^2 \right) + 4 R n_i \gamma \omega_i^2, \\ Q_J &= 2\omega [R n_i \gamma^2 + \omega_i^2 (\gamma + 2 R n_i) - \omega^2 (\gamma + R n_i)], \\ W_R &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\sqrt{(P_R^2 - P_J^2 - 4Q_R)^2 + 4(P_R P_J - 2Q_J)^2} + (P_R^2 - P_J^2 - 4Q_R)]^{1/2}, \\ W_J &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\sqrt{(P_R^2 - P_J^2 - 4Q_R)^2 + 4(P_R P_J - 2Q_J)^2} - (P_R^2 - P_J^2 - 4Q_R)]^{1/2}.\end{aligned}\quad (12)$$

Das Ergebnis einer weiteren Analyse dieser Formeln kann man wie folgt zusammenfassen (eine ausführliche Diskussion folgt in Z. Naturforsch.): Bei den aus Elektronen und Defektelektronen gebildeten beiden Plasmaströmungen entsteht aus einer monochromatischen Erregung ein Satz von Partialwellen mit Anfachung, d. h. diese Raumladungswellen werden teilweise verstärkt. Als physikalische Ursachen dieser Anfachung lassen sich die Wechselwirkung der Elektronen und Löcher mit den Phononen des Gitters und mit eventuell vorhandenen Störatomen sowie der Prozeß der Rekombination und Paarbildung erkennen (für $\gamma=0$, $R=0$ werden die Verstärkungskonstanten Null). Dies ist scheinbar zunächst physikalisch nicht plausibel, da ja durch die Wechselwirkung der Elektronen und Löcher mit dem Gitter im Sinne einer Reibung ein Energieentzug stattfindet. Gerade dieser Prozeß sorgt aber für das Phänomen der Anfachung^{11, 15}.

Es läßt sich zeigen, daß bei dem hier vorliegenden Mechanismus die Phasengeschwindigkeiten der Partialwellen in bestimmten Frequenzbereichen hinsichtlich ihrer Größe mit der Strömungsgeschwindigkeit v_{n0} vergleichbar werden. Bei manchen der entstehenden Raumladungswellen ist die Phasengeschwindigkeit sogar kleiner als die Strömungsgeschwindigkeit. Hierdurch entsteht nunmehr eine Kopplung zwischen Strömung und Welle, die zur Verstärkung der Welle führen kann. Dieser Vorgang ist sehr stark von der Frequenz, von der Strömungsgeschwindigkeit und von den Parametern des Halbleiters abhängig. Allgemein werden wir somit zu der Erkenntnis geführt, daß ein elektronischer Halbleiter vermöge seines Leitungsmechanismus Eigenschaften aufweist, die eine gewisse Verwandtschaft mit einer Verzögerungsleitung zeigen^{16, 17}. Unter den erwähnten Bedingungen entsteht beispielsweise aus einer monochromatischen Störung ein mehrwelliges, gekoppeltes System aus den beiden Strömungen und den Raumladungswellen. In den Begriffsbildungen der Optik ist das System dann mehrfachbrechend.

Dieser Sachverhalt wird in seinen Grundzügen nicht geändert, wenn man das hier betrachtete Halbleitermodell etwas abändern würde. In Abb. 1 ist der Verstärkungseffekt am Beispiel eines germaniumähnlichen Halbleitermodells dargestellt. Es wurde die dimensionslose Größe $\alpha_1 A_1$ (Produkt aus Verstärkungskonstante α_1 mal Wellenlänge A_1 der zugehörigen Raumladungswelle) in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz aufgetragen. Der wirksame Frequenzbereich variiert jedoch mit verschiedenen Eigenschaften des Halbleiters erheblich; d. h. es lassen sich umgekehrt die für bestimmte Gesichtspunkte notwendigen Eigenschaften des Halbleiters analytisch bestimmen. Ein besonders wesentlicher Gesichtspunkt ist der folgende: Bei Germanium geht die mittlere Driftgeschwindigkeit mit wachsender elektrischer Feldstärke bei Zimmertemperatur ungefähr bei $3 \cdot 10^8$ V/cm gegen einen Sättigungswert $6 \cdot 10^6$ cm/s¹⁸.

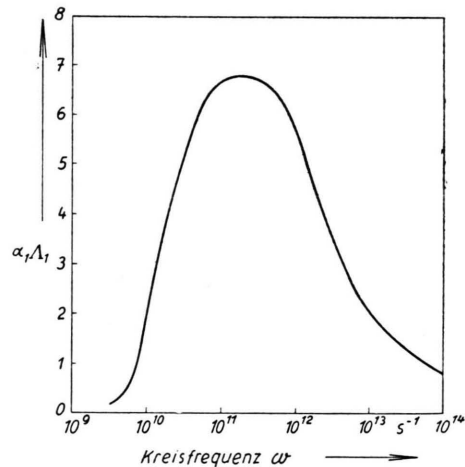


Abb. 1. Verstärkungskonstante α_1 einer Raumladungswelle (Wellenlänge A_1 als Funktion der Kreisfrequenz ω). Es ist dimensionslose Größe $\alpha_1 A_1$ aufgetragen.

¹⁵ J. R. PIERCE, J. Appl. Phys. **20**, 1060 [1949].

¹⁶ CH. K. BIRDSALL, G. R. BREWER u. A. V. HAEFF, Proc. Instn. Radio Engrs. **41**, 865 [1953].

¹⁷ CH. K. BIRDSALL u. J. R. WHINNERY, J. Appl. Phys. **24**, 314 [1953].

¹⁸ E. J. RYDER u. W. SHOCKLEY, Phys. Rev. **81**, 139 [1951].

Dies ist eine Folge der in diesem Bereich bereits merklichen Wechselwirkung der Leitungselektronen mit den optischen Phononen des Gitters. Es läßt sich andererseits zeigen, daß sich ein organisiertes Kollektivverhalten der Elektronen und Löcher gegen die statistische Wimmelbewegung um so mehr durchsetzt, je höher man die Strömungsgeschwindigkeit v_{n0} wählen kann, wobei der Wert 10^6 cm/s bei Zimmertemperatur etwa eine untere Grenze darstellt. Man wird deshalb solche elektronische Halbleiter bevorzugen, bei denen die obere Grenze der Driftgeschwindigkeit möglichst weit über 10^6 cm/s liegt, ohne daß hierbei bereits Stoßionisation und (oder) ZENER-Effekt einsetzen. Aus dem der Abb. 1 zugrunde liegenden Beispiel läßt sich entnehmen, daß experimentelle Untersuchungen zu diesem Problem in einem technisch schwer zugänglichen Fre-

quenzbereich (in Vakuumwellenlängen etwa Millimeter- und Zehntelmillimeter-Wellenbereich) liegen würden. Die Frage, ob sich hieraus spezielle Anwendungsmöglichkeiten für Halbleiter im Grenzgebiet kleinster technischer Wellenlängen ergeben könnten, kann im Rahmen unserer orientierenden Betrachtung vorläufig nicht beantwortet werden.

Herr Dr. K. SIEBERTZ hat zu den Grundkonzeptionen, auf denen unsere Überlegungen aufbauen, wesentlich beigetragen. Den Herren Prof. Dr. J. LABUS, Dr. WINRICH v. SIEMENS, Dr. K. PÖSCHL und Dr. R. WIESNER danke ich sehr für Diskussionen. (Nach Fertigstellung des Manuskripts ist Herr Dr. WINRICH v. SIEMENS am 10. 12. 1956 im Alter von 36 Jahren verstorben.)

BERICHTIGUNG

Zu H. HEYMANN, G. LINDSTRÖM und H. NEUERT, Über die untersten Anregungszustände von J^{127} bei der unelastischen Streuung von D,D-Neutronen, Band 11 a, 919 [1956].

In der Überschrift muß es „unelastische“ statt „elastische“ Streuung heißen.